

TEORIA DA CAPTURABILIDADE PESQUEIRA*

[Fishing Catchability Theory]

Edison Pereira dos SANTOS^{1,2}

RESUMO

Este trabalho desenvolve um modelo matemático de capturabilidade para as análises de eficiência e rendimento pesqueiro. Ele define intensidade de pesca, esforço de pesca, coeficiente de capturabilidade, medidas de eficiência e funções de rendimento, para o gerenciamento pesqueiro.

PALAVRAS-CHAVE: investigação pesqueira, produção pesqueira, esforço de pesca, otimização da pesca, rendimento sustentável

ABSTRACT

This paper develops a catchability mathematical model for fishing efficiency and yield analysis. It defines fishing intensity, fishing effort, catchability coefficient, efficiency measurements and yield functions, for fisheries management.

KEY WORDS: fisheries investigation, fishing production, fishing effort, fishing optimization, sustainable yield

1. INTRODUÇÃO

O objetivo da Análise de Produção Pesqueira é a otimização da pesca, através da maximização da eficiência (4.) e do rendimento (5.). Para isso, são necessárias informações sobre a Dinâmica da População (BEVERTON & HOLT, 1957 e SANTOS, 1978)(6.) e outros assuntos

sobre a captura, aqui reunidos e sistematizados sob a denominação "Capturabilidade Pesqueira". Através de um modelo matemático (9.1.) foi possível desenvolver relações e conceitos básicos para essas análises (FIGURA), em populações mono, meso e policoôrtica (8.).

2. CAMPO DE CAPTURA

Numa região de pesca, durante um "lance de captura" (operação ininterrupta), um aparelho de pesca (2.4.) atua numa sub-região (campo de captura) de área ou volume @ (tamanho do campo), tal que:

1) campo ilimitado: $@(\tau) = @_u \tau^\xi$ (função incremental do campo) com: $@_u = @(1)$ e incremento em ξ (1, 2 e 3) dimensões.

2) campo limitado:

$$@(\tau) = @\left(@_u, \tau^\xi\right) \leq @_\infty$$

com: $\frac{@(\tau)}{@_\infty} \leq 1$, que permite definir:

$$@_\infty^* = 1 - \frac{@(\tau)}{@_\infty}$$

* Artigo Científico - aprovado para publicação em 19/07/96

(1) Pesquisador Científico - Divisão de Pesca Marítima - Instituto de Pesca - CPA/SAA (Bolsista do CNPq)

(2) Endereço/Address: Av. Bartholomeu de Gusmão, 192 - CEP 11030-906 - Santos - SP

incremento:

$$\Delta @ = @(\tau + \Delta\tau) - @(\tau) = @_u \left[(\tau + \Delta\tau)^\xi - \tau^\xi \right] @_\infty^*$$

$$\lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta @}{\Delta\tau} = \frac{d@(\tau)}{d\tau} = @_u \xi \tau^{\xi-1} @_\infty^*$$

(equação incremental do campo) e solução:

$$@(\tau) = @_\infty \left(1 - e^{-@^* \tau^\xi} \right)$$

$$\text{sendo: } @^* = \frac{@_u}{@_\infty}$$

$$\text{para: } @_\infty = \infty \rightarrow \lim_{@_\infty \rightarrow \infty} @(\tau) = @_u \tau^\xi$$

$$@_\tau^* = \frac{@(\tau)}{\tau^\xi} \rightarrow \lim_{\tau \rightarrow 0} @_\tau^* = @_u$$

3) campo fixo ($\xi = 0$): $@(\tau) = @_u$
(@ independente de τ) onde:

$@_u$ = tamanho unitário do campo,

$@_\infty$ = tamanho limite (máximo possível),

$@^*$ = tamanho relativo,

$@_\infty^*$ = coeficiente limite,

$@_\tau^*$ = índice incremental do campo,

τ = duração do lance e

ξ = parâmetro dimensional incremental do campo.

2.1. FUNÇÃO DE RENDIMENTO DA CAPTURA

Sendo:

C = número de indivíduos capturados,

C_∞ = captura limite (C máximo possível),

D = densidade populacional (número de indivíduos por unidade de área ou volume) no instante inicial de e

$\eta_\#$ = capacidade de retenção (número máximo de indivíduos que o aparelho de captura pode reter),

pode-se definir:

$D@(\tau)$ = disponibilidade [número total de indivíduos em $@(\tau)$],

$C_\#^* D@(\tau)$ = disponibilidade efetiva (número capturável),

$\eta_u = C_\#^* D@_u$ = disponibilidade efetiva unitária,

$\eta_\infty = C_\#^* D@_\infty$ = disponibilidade efetiva limite,

$\eta^* = \frac{\eta_u}{C_\infty} = \frac{C_\#^* D@_u}{C_\infty}$ = disponibilidade efetiva relativa,

com: $C_\infty = \eta_\infty \leq \eta_\#$ ou $C_\infty = \eta_\# \leq \eta_\infty$

para: $C_\infty = \eta_\infty \rightarrow$

$$\rightarrow \eta^* = \frac{\eta_u}{\eta_\infty} = \frac{C_\#^* D@_u}{C_\#^* D@_\infty} = @^*$$

onde: $C_\#^*$ = coeficiente de seletividade da captura.

Há Seletividade na Captura, quando indivíduos diferentes em relação à espécie ou ao tamanho, sexo, estágio de maturação e patrimônio genético, são capturados em proporções diferentes das disponíveis, por:

1) Atratividade (indivíduos diferentes são atraídos pelas iscas em proporções diferentes),

2) Evitação (indivíduos disponíveis evitam, ativa ou passivamente, a captura) e

3) Escape (indivíduos capturados escapam do aparelho).

Sendo: $C(\tau) \leq C_\infty$ [captura limitada pela capacidade de retenção do aparelho ou pela disponibilidade da população (6.)], tem-se:

$$\frac{C(\tau)}{C_\infty} \leq 1 \quad C_\infty^* = 1 - \frac{C(\tau)}{C_\infty}$$

$$\Delta C = C(\tau + \Delta\tau) - C(\tau) = C_\#^* D@_u \left[(\tau + \Delta\tau)^\xi - \tau^\xi \right] C_\infty^*$$

$$\lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta C}{\Delta\tau} = \frac{dC(\tau)}{d\tau} = C_\#^* D @_u \xi \tau^{\xi-1} C_\infty^*$$

(equação de rendimento da captura)

$$\text{com solução: } C(\tau) = C_\infty \left(1 - e^{-\eta^* \tau^\xi} \right)$$

(função de rendimento da captura)

e em peso: $Y(\tau) = \bar{W} C(\tau)$

onde: C_{∞}^* = coeficiente de captura limite,
 Y = produção (peso total dos C indivíduos) e
 $\bar{W}$ = peso individual médio.

Pode haver Competição na Captura, quando a captura da espécie alvo, fica reduzida por uma fauna acompanhante (também capturada) ou associada (não capturada, como na predação das iscas), resultando:

$$C(\tau) = C_{\infty}^* \left(1 - e^{-\eta^* \tau^{\xi}} \right) \text{ com: } 0 < C^* \leq 1$$

onde: C^* = taxa de competição.

Alguns aparelhos apresentam, também, Predação da Captura, quando indivíduos capturados são predados por outros indivíduos.

Assim, supondo taxa de predação:

$$\rho^* = 1 - e^{-\rho \tau^{\xi}} \text{ resulta:}$$

$$C(\tau) = C_{\infty} \left(1 - e^{-\eta^* \tau^{\xi}} \right) e^{-\rho \tau^{\xi}}$$

onde: ρ = coeficiente de predação da captura.

2.2. OTIMIZAÇÃO DA DURAÇÃO DO LANCE

A otimização de τ é feita maximizando: $C(\tau)$

$$\text{ou } \lambda_{\tau}(\tau) = C_{\tau} C(\tau) - \tau_{\tau} \tau^{\xi}$$

$$1) \frac{dC(\tau)}{d\tau} = 0 \quad (\rho \neq 0) \rightarrow$$

$$\rightarrow \tau_{MC} = \left[\frac{1}{\eta^*} \ln \left(\frac{\rho + \eta^*}{\rho} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}}$$

$$2) \frac{d\lambda_{\tau}(\tau)}{d\tau} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (\rho + \eta^*) e^{-\eta^* \tau_{MS}^{\xi}} = \rho + \frac{\tau_{\tau}}{C_{\tau} C_{\infty}} e^{\rho \tau_{MS}^{\xi}}$$

$$\text{para: } \rho = 0 \rightarrow \tau_{MS} = \left[\frac{1}{\eta^*} \ln \left(\frac{C_{\tau} \eta_u}{\tau_{\tau}} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \eta_u > \frac{\tau_{\tau}}{C_{\tau}}$$

onde: C_{τ} = valor econômico da unidade de C ,
 τ_{τ} = custo econômico da unidade de τ ,
 τ_{MC} = que maximiza $C(\tau)$,
 τ_{MS} = que maximiza $\lambda_{\tau}(\tau)$ e
 $\lambda_{\tau}(\tau)$ = função de rendimento econômico da captura.

Assim, pode-se definir:

$$\tau^* = \frac{1}{1 + (\tau - \tau_M)^2} \quad (0 < \tau^* \leq 1)$$

com: $\tau_M = \tau_{MC}$ ou $\tau_M = \tau_{MS}$ e τ^* = duração relativa do lance.

2.3. ÍNDICE DE RENDIMENTO DA CAPTURA

2.3.1. ÍNDICE DE DENSIDADE

É um valor ($\tilde{D}$) proporcional à densidade (D):
 $\tilde{D} \propto D \rightarrow \tilde{D} = pD$ onde:
 p = coeficiente (constante) de proporcionalidade.

$$\text{Fazendo: } C_{\tau}^* = \frac{C(\tau)}{\tau^{\xi}} = \text{Índice de Rendimento}$$

da Captura e sendo: $\lim_{\tau \rightarrow 0} C_{\tau}^* = C_{\tau}^* D @_u$ resulta,
 τ para próximo de zero e C_{τ}^* e $@_u$ constantes:

$$C_{\tau}^* = \tilde{D} \cong C_{\tau}^* D @_u \propto D \text{ isto é:}$$

$$C_{\tau}^* = \text{Índice de Densidade } (C_{\tau}^* \propto D).$$

2.3.2. ÍNDICE DE EFICIÊNCIA DA CAPTURA

Este índice (ϵ_{ci}^*), para um aparelho (i) em relação a um padrão, num lance com τ pequeno e num mesmo local e instante, é o quociente entre os respectivos Índices de Rendimento da Captura em peso:

$$\epsilon_{ci}^* = \frac{\bar{W}_i C_{\tau i}^* @_{ui}}{\bar{W} C_{\tau}^* @_u}$$

2.4. APARELHOS DE CAPTURA

2.4.1. APARELHO DE CAMPO FIXO: Tarrafa ($@_u$ = área da tarrafa)

2.4.2. APARELHOS SEM ATRAÇÃO:

$$@_u = bv \text{ e } \xi = 1$$

1) Rede de Arrasto: $0 < \mathcal{C}^* \leq 1$ e $\xi = 0$,
onde: b = largura (desprezando a altura)(pesca de fundo) ou área (pesca de meia água) da boca da rede,

v = velocidade de arrasto (do barco),

@ = área (ou volume) varrida pela rede e

τ = duração do arrasto.

2) Rede de Espera (emalhar, deriva): $0 < \mathcal{C}^* \leq 1$,
onde: b = área da rede,

v = velocidade resultante (da água e/ou do animal),

@ = volume virtual de água ocupado pelos indivíduos e

τ = duração da espera.

3) Cerco (traineira): $C_\infty = \eta_\infty$ e $\rho = 0$,

onde: b = distância máxima de visibilidade considerando ambos os lados do barco,

v = velocidade do barco,

η_∞ = área limitada (numa noite) pela autonomia do barco,

@ = área de procura e

ρ = duração da procura.

2.4.3. APARELHOS COM ATRAÇÃO

Uma isca atrai os indivíduos ao seu redor, num círculo (pesca de fundo) com área:

$$\pi b^2 = \pi v^2 \tau^2 \leq \pi b_\infty^2 \quad (\xi = 2) \quad e$$

$\eta_\infty = C_\#^* D \pi b_\infty^2$ ou numa esfera (pesca de meia água) com volume:

$$\frac{4}{3} \pi b^3 = \frac{4}{3} \pi b v^3 \tau^3 \leq \frac{4}{3} \pi b_\infty^3 \quad (\xi = 3)$$

$$e \eta_\infty = \frac{4}{3} C_\#^* D \pi b_\infty^3 \quad \text{sendo:}$$

$$v = \frac{v_a v_b}{v_a + v_b} \quad e \quad \lim_{v_b \rightarrow \infty} v = v_a \quad (\text{atração luminosa})$$

onde: b = raio do círculo ou da esfera de atração da isca,

b_∞ = b máximo (distância da isca ao local com intensidade mínima de atração detectada pelo animal),

v = velocidade resultante,

v_a = velocidade do animal sob atração,

v_b = velocidade do incremento de b e

τ = tempo de permanência.

1) Armadilha (covo): $C_\infty = \eta_\infty \leq \eta_\#$ ou

$$C_\infty = \eta_\# \leq \eta_\infty, \quad 0 < \mathcal{C}^* \leq 1 \quad e \quad \rho \geq 0,$$

onde: $\eta_\#$ = número máximo de indivíduos que a armadilha pode reter.

2) Linha (anzóis independentes): $C_\infty = \eta_\infty$ e $\rho = 0$.

3) Espinhel (anzóis vinculados) com:

$\eta_\#$ = número total de anzóis,

d = distância entre anzóis,

$$C_\infty = \eta_\infty \leq \eta_\# \quad \text{ou} \quad C_\infty = \eta_\# \leq \eta_\infty.$$

$$0 < \mathcal{C}^* \leq 1 \quad e \quad \rho \geq 0.$$

$$\text{Sendo: } \tau = \tau_L + \tau_E + \tau_R = \eta_\# \Delta \tau_L + \tau_E + \eta_\# \Delta \tau_R$$

$$\text{com: } \Delta \tau = \frac{\tau}{\eta_\#} \quad e \quad \Delta \tau_L \neq \Delta \tau_R, \quad \text{resulta para o an-}$$

zol i , se o recolhimento começar:

pelo primeiro anzól lançado:

$$\tau_i = (\eta_\# - i) \Delta \tau_L + \tau_E + i \Delta \tau_R, \quad \text{ou}$$

pelo último:

$$\tau_i = (\eta_\# - i) \Delta \tau_L + \tau_E + (\eta_\# + 1 - i) \Delta \tau_R, \quad \text{isto é,}$$

cada anzól com tempo de permanência diferente

$$e \quad \tau = \frac{\sum_{i=1}^{\eta_\#} \tau_i}{\eta_\#} \quad \text{onde:}$$

τ_L = tempo gasto no lançamento,

τ_E = duração da espera (entre o lançamento e o recolhimento) e

τ_R = tempo gasto no recolhimento.

Para $d \geq 2b_\infty$:

pesca de fundo:

@ = $\eta_\#$ círculos sem sobreposição:

$$@_u = \eta_\# v^2 \quad (\xi = 2);$$

de meia água:

@ = $\eta_\#$ esferas sem sobreposição:

$$@_u = \eta_\# \frac{4}{3} v^3 \quad (\xi = 3).$$

Para $d < 2b_{\infty}$:

pesca de fundo:

@ = área total de $\eta_{\#}$ círculos parcialmente sobrepostos $\equiv$ área de um retângulo:

$$@_u = 2\eta_{\#} dv \quad (\xi = 1);$$

de meia água:

@ = volume total de $\eta_{\#}$ esferas parcialmente

sobrepostas $\equiv$ volume de um paralelepípedo:

$$@_u = 4\eta_{\#} dv \quad (\xi = 1).$$

FRIDMAN (1973) apresenta modelo semelhante.

Para: $d \equiv 0$ em relação a b_{∞} :

@ = área de um círculo (ou volume de uma esfera) de atração.

3. ESFORÇO DE PESCA

Seja:

n_c = número total de capturas (lances) sem sobreposição,

$\tau = 1$ (uma unidade) e

ΔT = intervalo de tempo.

Pode-se definir:

$$Q(T) = n_c C_{\#}^* @ (1) = n_c C_{\#}^* @_u .$$

Como: $\lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{Q(\Delta T)}{\nabla} = C_p^*(\Delta T)$ e fazendo:

$Q(\Delta T) = Q_u f(\Delta T)$ com: $Q_u = C_{\#}^* @_u$ (constante) e $f(\Delta T) = n_c \propto Q(\Delta T)$, resulta:

f = esforço de pesca (proporcional à intensidade de pesca),

Q = intensidade de pesca e

Q_u = intensidade unitária, .

onde:

C_p^* = probabilidade de morte por pesca e

∇ = área ou volume da região ocupada pela população explorada (6.).

3.1. ESFORÇO LIMITE TEMPORAL

É o máximo possível permitido pelas condições naturais, em ΔT , para n_a aparelhos, representado por: $f_{LT}(\Delta T, n_a)$ com:

$$f^*(\Delta T, n_a) = \frac{f(\Delta T, n_a)}{f_{LT}(\Delta T, n_a)} = \text{esforço relativo}$$

$$\text{ou para um aparelho: } f^*(\Delta T) = \frac{f(\Delta T)}{f_{LT}(\Delta T)}$$

sendo: $f^* < 1$ devido ao tempo gasto com manutenções, embarques, desembarques e outras ações.

3.2. COEFICIENTE DE CAPTURABILIDADE

Sendo (SANTOS, 1978):

$$C_p^*(\Delta T) = 1 - e^{-F\Delta T} \quad \text{e} \quad \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-F\Delta T}}{F\Delta T} = 1$$

resultam (para ΔT pequeno): $C_p^*(\Delta T) \equiv F\Delta T$ e a Relação de Intensidade de Pesca:

$$\lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{Q(\Delta T)}{\nabla} = \frac{C_{\#}^* @_u n_c}{\nabla} = \frac{Q_u f(\Delta T)}{\nabla} = q f(\Delta T) = F\Delta T$$

onde:

$$q = \frac{Q_u}{\nabla} = \text{coeficiente de capturabilidade}$$

(GULLAND, 1969) e

F = coeficiente de mortalidade por pesca.

3.3. ÍNDICE DE ABUNDÂNCIA

De (3.2.), fazendo: $q = \frac{NQ_u}{N\nabla}$ e sendo:

$D = \frac{N}{\nabla}$ = densidade média populacional, resulta, para: q , ∇ e Q_u constantes:

$$Q_u D = qN, \quad \tilde{D} = Q_u D \propto D \quad \text{e}$$

$$D = \tilde{N} = \frac{q}{Q_u} N \propto N$$

De (2.3.1.), para τ próximo de zero:

$$C_{\tau}^* \equiv C_{\#}^* D @_u = qN$$

$C_{\tau}^* \propto D$ e $C_{\tau}^* \propto N$ (se $D \propto N$), onde:
 $\tilde{D}$ = índice de densidade (2.3.1.),

C_{τ}^* = índice de rendimento da captura e

$\tilde{N}$ = índice de abundância, valor proporcional a N .

4. EFICIÊNCIA DA PESCA

4.1. ÍNDICE DE RENDIMENTO DO ESFORÇO

1) expresso em número de indivíduos, é o quociente: $C_f^* = \frac{C}{f}$ ou

2) em termos do peso: $Y_f^* = \frac{Y}{f}$ isto é, indica produção ou captura por unidade de esforço.

4.2. MEDIDAS DE EFICIÊNCIA

Para um aparelho (i) de captura em relação a um aparelho padrão:

1) Índice de Eficiência do Esforço (ϵ_f^*), num mesmo instante, é o quociente entre os respectivos Índices de Rendimento (4.1.):

$$\epsilon_{fi}^* = \frac{Y_{fi}^*}{Y_f^*} \text{ que depende de } \epsilon_c^* \text{ (2.3.2.) e } \tau^* \text{ (2.2.).}$$

2) Índice de Eficiência Econômica (ϵ_s^*) é o

quociente: $\epsilon_{si}^* = \frac{Y_{si}^* Y_{fi}^*}{Y_s^* Y_f^*}$ com: $Y_s^* = \frac{Y_s}{f_s}$ onde:

f_s = custo econômico da unidade de esforço (f),
 Y_s = valor econômico da unidade de produção (Y) e
 Y_s^* = índice econômico.

3) Índice de Eficiência Temporal (ϵ_T^*) é o quo-

ciente: $\epsilon_{Ti}^* = \frac{f_i^*}{f^*}$ (3.1.).

4) Índice de Eficiência da Pesca (ϵ_P^*) é o

produto: $\epsilon_P^* = \epsilon_f^* \epsilon_T^*$ ou $\epsilon_{Ps}^* = \epsilon_s^* \epsilon_T^*$
 (Índice de Eficiência Econômica da Pesca).

5. RENDIMENTO DO ESFORÇO

Das Relações de Mortalidade (RICKER, 1958 e SANTOS, 1978) e Intensidade (3.2.) de Pesca:

$$\frac{C(\Delta T)}{F} = \frac{H(\Delta T)}{Z}, Z = M + F \text{ e } F\Delta T = qf(\Delta T),$$

resulta a Função de Rendimento em número de indivíduos: relação entre a captura obtida (C) e o esforço aplicado (f):

$$C(\Delta T) = \frac{qH(\Delta T)f(\Delta T)}{M\Delta T + qf(\Delta T)}, \text{ onde:}$$

M = coeficiente de mortalidade natural,

H = número total de indivíduos mortos (pesca + causas naturais) e

Z = coeficiente de mortalidade total.

5.1. RENDIMENTO SUSTENTÁVEL

Para $\Delta T = 1$ ano, em peso (7.) e no equilíbrio (6.3.), resulta a Função de Rendimento Sustentável (Equilibrado) em produção:

$$Y_s(f) = \frac{qf}{M + qf} H_E W(\bar{t}_E) \text{ com:}$$

$$f = \sum_{i=1}^{n_c} \epsilon_{fi}^* f_i \leq f_{LT}(n_a) \text{ sendo: } H_E \text{ e } \bar{t}_E$$

determinados pela Dinâmica da População (6.) e $W(t)$, pelo Desenvolvimento Orgânico (7.), onde:

ϵ_f^* = índice de eficiência do esforço (4.2.),

f_{LT} = esforço limite temporal (3.1.),

n_a = número total de aparelhos,

n_c = número total de capturas (lances) e

$\bar{t}_E$ = idade média equilibrada (6.4.).

De Y_s resulta a Função de Rendimento Econômico Sustentável: $\lambda_s(f) = Y_s Y_s(f)$ $f_s f$
 onde: f_s = custo da unidade de esforço,
 Y_s = valor econômico da unidade de produção (Y) e
 λ_s = função de rendimento econômico.

5.2. ESFORÇOS MAXIMIZANTES E CRÍTICOS

$$\text{Sendo: } \frac{d\lambda_s(f)}{df} = Y_s \frac{dY_s(f)}{df} - f_s$$

$$\text{para: } \frac{d\lambda_s(f)}{df} = 0 \text{ vale } \lambda_{MS} = \lambda_s(f_{MS}) \text{ e}$$

$$\frac{dY_s(f)}{df} = \frac{f_s}{Y_s} > 0, \quad e$$

$$\text{para: } \frac{dY_s(f)}{df} = 0 \text{ vale } Y_{MS} = Y_s(f_{MY}) \text{ e } f_{MS} < f_{MY},$$

onde:

f_{MY} = esforço que produz Y_{MS} ,

f_{MS} = esforço que produz λ_{MS} ,

Y_{MS} = produção (captura em peso) máxima sustentável e

λ_{MS} = lucro máximo sustentável.

Um esforço será crítico (f_C):

1) para a produção, se: $Y_s(f_{CY}) = 0$ e $f_{CY} < f_{LT}$, e

2) econômico, se: $Y_s(f_{CS}) = 0$ e $f_{CS} < f_{LT}$.

$$\text{Como: } Y_s(f_{CS}) = \frac{f_s f_{CS}}{Y_s} > 0 \quad e$$

$Y_s(f_{CS}) > Y_s(f_{CY}) = 0$, resulta: $f_{CS} < f_{CY}$

Assim, este trabalho denomina de "Proteção Econômica da População (6.1)" os resultados:

$$f_{MS} < f_{MY} \quad e \quad f_{CS} < f_{CY}$$

5.3. RENDIMENTO INSUSTENTÁVEL

Sequenciamento do Esforço é a variação anual do esforço total.

Para: $Y_T \neq Y_s$ tem-se: $Y_T \rightarrow Y_s$ se: $f_T = f$ (constante durante n_{CC} anos), onde:

f_T = esforço total aplicado no ano T,

Y_T = produção total obtida em T e

n_{CC} = número de coortes (classes etárias) coexistentes.

Na presença de dados empíricos de Y e f (insustentáveis), corrigidos (transformados em "aproximadamente" sustentáveis) por:

$$Y_{\bar{s}} = \frac{Y}{f} \bar{f}, \quad \bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n}, \quad n = \frac{t_m - t_m}{2},$$

$Y_{\bar{s}}(f) \equiv Y_s(f)$ (GULLAND, 1969), o Rendimento é denominado Ajustado (ou Excedente), quando: 1) na ausência de estimativas dos parâmetros de rendimento (de Y_s), ajustam-se às funções empíricas (SANTOS, 1978):

para: $t_m < t_r$:

curva simétrica:

$$Y_{\bar{s}} = a f - b f^2 \quad (\text{SCHAEFER, 1954})$$

assimétrica:

$$Y_{\bar{s}} = a f (1 - b f)^c \quad (\text{SANTOS, 1995})$$

$$t_m \geq t_r : \text{assintótica} : Y_{\bar{s}} = a [1 - (1 - b f) e^{-c f}]$$

($a = Y_{LS}$: FIGURA).

FOX (1970) ajusta a expressão: $Y_{\bar{s}} = a f e^{-b f}$ (assintótica em $Y_{\bar{s}} = 0$)

2) na presença de estimativas para alguns parâmetros, os demais serão estimados por tentativas iterativas, minimizando a variância sobre a curva.

6. DINÂMICA POPULACIONAL PESQUEIRA

6.1. POPULAÇÕES COÔRTICAS

Sendo POPULAÇÃO um conjunto de indivíduos de uma mesma espécie, separado de outras populações dessa espécie (se existirem), por barreira geográficas, sua DINÂMICA é a variação do número total ou parcial de indivíduos, em função do tempo.

Segundo SANTOS (1992), a população é COÔRTICA, quando apresenta maior intensidade reprodutiva numa determinada época do ano, dando origem às COORTES (conjuntos de indivíduos oriundos de uma mesma época de reprodução), caso contrário (com intensidade

aproximadamente constante o ano todo) é denominada ACOÔRTICA.

Normalmente, uma coorte torna-se disponível à pesca, a partir de uma certa idade (de recrutamento) (t_r), um pouco antes da idade (t_r) de primeira reprodução ($t_r \leq t_r$). Devido à Seletividade da Captura (2.1.) e/ou indisponibilidade dos indivíduos, ela passa a ser capturada a partir da idade "mínima de captura (t_m)" ($t_m \geq t_r$) e deixa de ser capturada a partir da idade "máxima de captura (t_M)", sendo: $t_M \leq t_\ell$ = longevidade (idade máxima possível para a coorte).

6.2. EQUAÇÃO DA DINÂMICA

Definida a partir do recrutamento, para indivíduos em reprodução, essa equação é de Diferenças (GOLDBERG, 1967) do tipo:

$$N_{T+1} = N_T + R(t_R) - G(t_R, t_m) - H(t_m, t_M) - G(t_M, t_t)$$

$$H(t_m, t_M) = C(t_m, t_M) + G(t_m, t_M) \text{ onde:}$$

G = número de indivíduos mortos por causas naturais,

H = número total de indivíduos com idade no intervalo (t_m, t_M) , mortos por pesca + causas naturais $(C + G)$, no intervalo de tempo: T a T+1,

N_T = número total de indivíduos em reprodução, numa época do ano em torno do instante (discreto) T e

$R(t_R)$ = número de recrutas (com idade t_R).

6.3. ESTABILIDADE DO EQUILÍBRIO

Para que haja equilíbrio estacionário ($N_T = N_{T+1} = N_E$) são necessários Mecanismos Homeostáticos, que compensem a variabilidade ambiental, como as funções dependentes da densidade populacional (D):

$R_N = R(t_R, N_{T+1})$ (6.6.) e/ou $M_N = M(N)$ com: $D \propto N$.

Normalmente M é suposto aproximadamente constante após o recrutamento (independente de N) devido à mortalidade por pesca. Neste caso a estabilidade do equilíbrio é determinada pelo método de Liapunov (LA SALLE, 1977), onde a reta tangente a R_N , no ponto de equilíbrio (N_E, R_E), substitui R_N numa região próxima a esse ponto (SANTOS, 1992):

$$\frac{dR_N}{dN_T} = \frac{R'_N - R_E}{N'_T - N_E} \cong \frac{R_N - R_E}{N_T - N_E}$$

$$R_N \cong R_E + \frac{dR_N}{dN_T} (N_T - N_E)$$

onde: $\frac{dR_N}{dN_T}$ = derivada de R_N no ponto (N_E, R_E)

resultando numa equação de diferenças:

$N_{T+1} = N_E(1 - \Omega) + \Omega N_T$ com solução:

$N_T = N_E + (N_i - N_E)\Omega^T$ onde:

N_i = valor inicial de N_T e

Ω = parâmetro de estabilidade.

O equilíbrio será estável se: $-1 < \Omega < 1$, instável: $|\Omega| > 1$, oscilante: $\Omega < 0$, oscilante convergente: $-1 < \Omega < 0$, oscilante divergente: $-1 > \Omega$. Se for oscilante divergente (instável), como o ponto de equilíbrio em (0,0) também é instável, surge uma oscilação estável. Cada ciclo é constituído por duas ou mais gerações. Esse número de gerações de um ciclo (período) aumenta à medida que Ω (negativo) diminui.

6.4. IDADE MÉDIA EQUILIBRADA

No equilíbrio, a idade média ($\bar{t}_E$) dos indivíduos capturados será:

$$\bar{t}_E = \frac{R_E \int_{t_m}^{t_M} e^{-Zt} dt}{R_E \int_{t_m}^{t_M} e^{-Zt} dt}$$

$$\bar{t}_E = \frac{1}{Z} + \frac{t_m - t_M e^{-Z(t_M - t_m)}}{1 - e^{-Z(t_M - t_m)}}$$

$$\lim_{t_M \rightarrow \infty} \bar{t}_E \cong \frac{1}{Z} + t_m$$

6.5. ESFORÇO CRÍTICO POPULACIONAL

O esforço de pesca é denominado "Crítico Populacional" (f_{CP}), quando destrói a população: $N_E(f_{CP}) = 0$ ou $|\Omega(f_{CP})| \geq 1$

De (5.1.):

$$Y_S(f_{CY}) = \frac{q f_{CY}}{M + q f_{CY}} H_E W(\bar{t}_E) = 0 \rightarrow H_E = 0 \rightarrow$$

$\rightarrow N_E(f_{CP}) = 0$, resulta: $f_{CY} = f_{CP}$, onde:

f_{CY} = esforço crítico em produção (5.2.).

6.6. FUNÇÃO DE RECRUTAMENTO E DENSIDADE

Para determinar R_N (relação entre R e seus pais N), suponha-se:

$$R_N = N_O S^*(N_O)^{t_R} \text{ onde:}$$

N_O = número de indivíduos que nasceu numa determinada época de reprodução,

R_N = número de recrutas sobreviventes de N_O , com taxa anual de $S^*(N_O)$ e

t_R = idade de recrutamento.

A taxa de natalidade: $\frac{N_0}{N}$ tem um valor máximo (N_0^*), devido às limitações orgânicas, e pode diminuir assintoticamente com o aumento de N , tal que: $\frac{N_0}{N} = N_0^* e^{-h_n N}$ e a taxa de sobrevivência: $S^*(N_0)$ pode diminuir assintoticamente com o aumento de N_0 , a partir de um valor máximo (S_0^*), tal que: $S^*(N_0) = S_0^* e^{-h_m N_0}$

Assim: $R_N = R^* N e^{-hN}$, com:

$$R^* = N_0^* S_0^{*t_R} e$$

$$h = h_n + h_m N_0^* t_R e^{-h_n N} \text{ onde:}$$

h_n = parâmetro homeostático que mede o efeito da densidade da população na natalidade,
 h_m = parâmetro homeostático que mede o efeito da densidade da população na sobrevivência de N_0 até o recrutamento e
 h = parâmetro homeostático total, suposto aproximadamente constare.

Sendo (3.3.): $C_T^* \cong \tilde{N} = qN$, resulta:

$\tilde{R}_N = R^* \tilde{N} e^{-h' \tilde{N}}$, com: $h' = \frac{h}{q}$ onde:
 $\tilde{N}$ = número de indivíduos em reprodução, por unidade de esforço e
 $\tilde{R}$ = número de recrutas por unidade de esforço (filhos de $\tilde{N}$).

7. DESENVOLVIMENTO ORGÂNICO

Sendo:

L = medida qualquer de comprimento (média para uma coorte) e

t = idade média dos indivíduos dessa coorte,

Função (L_t) de Crescimento Orgânico em Comprimento é relação entre L e t . Aumentando t , L aumenta assintoticamente, a partir de L_0 (comprimento médio ao nascer, em $t = 0$), até L_∞ (comprimento assintótico).

Nos instantes discretos T (6.2.) de máxima intensidade reprodutiva, t é também discreto e permite definir uma Equação (de Desenvolvimento) de Diferenças (GOLDBERG, 1967), com: $L_\infty = L_t = L_{t+1}$.

Assim, seja: ℓ = comprimento referencial (SANTOS, 1994), tal que:

1) $\ell_{t+1} = a + b\ell_t$. E o

2) crescimento relativo: $L(\ell)$ sendo:

$\lim_{\ell \rightarrow 0} L = 0$, $\lim_{\ell \rightarrow \infty} L = \infty$ e concavidade desco-

nhecida, resulta: $L = \gamma \ell^\Lambda$, com:

$\Lambda = 1$: sem curvatura (reta pela origem)

$0 < \Lambda < 1$: concavidade para baixo

$\Lambda > 1$: concavidade para cima

para uma outra medida qualquer (L') de compri-

mento, resulta a Relação Morfométrica (HUXLEY,

1972): $L' = \gamma' \ell^{\Lambda'} = \gamma'' L^{\Lambda''}$ com: $\Lambda'' = \frac{\Lambda'}{\Lambda}$

3) $\omega = \delta \ell^3 \rightarrow \omega = \Phi L^\theta$ $W = \phi L^\theta$ $\theta = \frac{3}{\Lambda}$ onde:

W = peso individual médio,

ω = peso individual referencial (varia só com o crescimento orgânico),

δ = densidade física,

γ = parâmetro morfométrico referencial,

Λ = parâmetro de alometria (isometria para $\Lambda = 1$) referencial e

$\phi \cong \Phi$ = fator de condição (mede o grau de engorda dos indivíduos).

Essa equação (1) de diferenças finitas (a mais simples possível) apresenta:

$\ell_\infty = \frac{a}{1-b}$ e solução: $\ell_t = \ell_0 b^t + a \frac{1-b^t}{1-b}$ ou

$\ell_t = \ell_\infty [1 - e^{-k(t+t_0)}]$ onde: $k = -\ln(b)$ e

$t_0 = \frac{1}{k} \ln \left(\frac{\ell_\infty}{\ell_\infty - \ell_0} \right)$ e conseqüentemente:

$\omega_t = \omega_\infty [1 - e^{-k(t+t_0)}]^3$ e $L_t = L_\infty [1 - e^{-k(t+t_0)}]^\Lambda$

Ignorando Λ : $L_t = L_\infty [1 - e^{-K(t+t_0)}]$ e

$$W_t = W_\infty [1 - e^{-K(t+t_0)}]^\theta.$$

Supondo: $W(t_r) \equiv$ ponto de inflexão médio para machos e fêmeas resultam: $K = \frac{\ln(\theta)}{t_r + t_0}$.

$$W(t_r) = \left(\frac{\theta-1}{\theta}\right)^\theta W_\infty \text{ e } L(t_r) = \frac{\theta-1}{\theta} L_\infty \text{ onde:}$$

$t_r =$ idade média de primeira reprodução.

Se a população for monocoôrtica (8.1.1.), $L(t_r)$ é o maior valor (em média) que a coorte pode atingir.

Partindo agora (SANTOS, 1994) da Equação

$$\text{Diferencial do Metabolismo: } \frac{d\omega}{dt} = a\omega^b - c\omega^d$$

segundo BERTALANFFY (1938 e 1957), com: $b = \frac{2}{3}$

e $d = 1$, resulta: assíntota: $\omega_\infty = \left(\frac{a}{c}\right)^3$ e infle-

$$\text{xão: } \omega_x = \left(\frac{2a}{3c}\right)^3 = \omega_\infty \left(\frac{2}{3}\right)^3 \text{ onde:}$$

a e b são parâmetros metabólicos para o anabolismo e

c e d , para o catabolismo.

Fazendo: $d\omega = 3\delta \ell^2 d\ell$ resulta:

$$\frac{d\ell}{dt} = \frac{a}{3} \delta^{-\frac{1}{3}} - \frac{c}{3} \ell \text{ com assíntota: } \ell_\infty = \left(\frac{a}{c}\right) \delta^{-\frac{1}{3}}$$

$$\text{e solução: } \ell_t = \ell_\infty [1 - e^{-k(t+t_0)}].$$

8. MODELOS POPULACIONAIS PESQUEIROS

8.1. POPULAÇÕES COÔRTICAS NATURAIS

$$\text{Seja: } Y_s(f) = \frac{qf}{M + qf} H_E W(\bar{t}_E) \text{ (5.1.) com:}$$

$$f = \sum_{i=1}^{n_i} \epsilon_{fi}^* f_i \leq f_{LT}(n_a), \quad Y_s(f) = E^* N_E W(\bar{t}_E),$$

$$W(t) = W_\infty [1 - e^{-K(t+t_0)}]^\theta \text{ (7.) e } Z = M + qf \text{ (5.)}$$

$$\text{para } t_M \leq t_r : \mu = M(t_r + t_m - t_r - t_m) + Z(t_m - t_m) =$$

$$= M(t_r - t_r) + qf(t_m - t_m)$$

$$t_M \geq t_r : \mu = M(t_m - t_r) + Z(t_r - t_m) = M(t_r - t_r) +$$

$$+ qf(t_r - t_m) \text{ onde:}$$

$$E^* = \text{taxa de exploração.}$$

8.1.1. POPULAÇÃO MONOCOÔRTICA

(SANTOS, 1995)

Quando a coorte morre na primeira reprodução (semélpara sem sobreposição temporal de gerações), existe uma só coorte de cada vez, com:

$$t_r = t_\phi = 1 \text{ ano, } 0 < t_r \leq 1, t_r \leq t_m < 1 \text{ e } t_m \leq 1.$$

Tem-se então:

$$\text{Equação da Dinâmica (6.2.):}$$

$$N_{T+1} = R(t_r, N_T) e^{-\mu}.$$

$$\text{Equilíbrio } N_E = R(t_r, N_E) e^{-\mu},$$

$$\bar{t}_E = \frac{1}{Z} + \frac{t_m - t_M e^{-Z(t_M - t_m)}}{1 - e^{-Z(t_M - t_m)}} \text{ (6.4.),}$$

$$H_E = R(t_r, N_E) e^{-M(t_m - t_r)} [1 - e^{-Z(t_m - t_m)}],$$

$$E^* = \frac{F}{Z} [e^{Z(1-t_m)} - 1] \text{ e } E^*(f_{MY}) = 1.$$

Por Liapunov (6.3.):

$$N_{T+1} = \left[R(t_r, N_E) - \frac{dR_N}{dN_T} N_E \right] e^{-\mu} + \frac{dR_N}{dN_T} e^{-\mu} N_T,$$

$$\Omega = \frac{dR_N}{dN_T} e^{-\mu} \text{ e}$$

$$f_{CP} = \frac{1}{q(t_m - t_m)} \ln \left[\frac{dR_N}{dN_T} e^{-M(1-t_r)} \right].$$

$$\text{Supondo: } R_N = R^* N_R e^{-hN_R} \text{ (6.6.),}$$

$$\text{resulta: } N_E = \frac{\ln(R^* e^{-\mu})}{h},$$

$$H_E = \frac{\ln(R^* e^{-\mu})}{h e^{-M(1-t_m)} - q f(t_m - t_m)} [1 - e^{-Z(t_m - t_m)}],$$

$$\Omega = 1 - \ln(R^* e^{-\mu}) \text{ e } f_{CP} = \frac{\ln[R^* e^{-M(1-t_R)}]}{q(t_m - t_m)}.$$

8.1.2. POPULAÇÃO MESOCOÔRTICA

Quando a coorte sobrevive à primeira reprodução, porém não se reproduz mais (semelpara com sobreposição temporal de gerações mas só uma participa da reprodução), é intermediária entre a mono e a policoôrtica, com:

$$t_r = 1 \text{ ano}, 0 < t_R \leq 1, t_R \leq t_m \leq 1 \text{ e } t_\ell = t_m \cong \infty.$$

Tem-se então:

$$\text{Equação da Dinâmica: } N_{T+1} = R(t_R, N_T) e^{-\mu}.$$

$$\text{Equilíbrio: } N_E = R(t_R, N_E) e^{-\mu}, \bar{t}_E \cong \frac{1}{Z} + t_m,$$

$$H_E = R(t_R, N_E) e^{-M(t_m - t_R)} \text{ e } E^* = \frac{F}{Z} e^{Z(1-t_m)}$$

Por Liapunov:

$$N_{T+1} = \left[R(t_R, N_E) - \frac{dR_N}{dN_T} N_E \right] e^{-\mu} + \frac{dR_N}{dN_T} e^{-\mu} N_T,$$

$$\Omega = \frac{dR_N}{dN_T} e^{-\mu},$$

$$f_{CP} = \frac{1}{q(1-t_m)} \ln \left[\frac{dR_N}{dN_T} e^{-M(1-t_R)} \right] e$$

$$\lim_{t_m \rightarrow 1} f_{CP} = \infty \text{ (proteção reprodutiva da população)}.$$

Supondo: $R_N = R^* N_R e^{-hN_R}$, resulta:

$$N_E = \frac{\ln(R^* e^{-\mu})}{h}, \quad H_E = \frac{\ln(R^* e^{-\mu})}{h e^{-Z(1-t_m)}},$$

$$\Omega = 1 - \ln(R^* e^{-\mu}) \text{ e } f_{CP} = \frac{\ln[R^* e^{-M(1-t_R)}]}{q(1-t_m)}.$$

Se: $t_m = t_r$ para: $f \rightarrow \infty$, resulta:

$$Y_{LS} \cong \frac{1}{h} \ln \left[R^* e^{-M(1-t_R)} \right] \left(\frac{\theta-1}{\theta} \right)^\theta W_\infty, \text{ onde:}$$

Y_{LS} = produção limite sustentável.

8.1.3. POPULAÇÃO POLICOÔRTICA (SANTOS, 1992)

Quando uma coorte pode reproduzir-se em mais de uma época de reprodução (iteropara com sobreposição temporal de gerações), com: $t_r \geq 1$ ano, $t_r - 1 < t_R \leq t_r$, $t_R \leq t_m \leq t_r$ e $t_\ell \cong \infty$. Então 1) para $t_m \leq t_r$, tem-se:

Equação da Dinâmica:

$$N_{T+1} = R_N(t_R, N_{T+1-t_r}) e^{-\mu} + N_T e^{-M}.$$

$$\text{Equilíbrio: } N_E = \frac{R(t_R, N_E) e^{-\mu}}{1 - e^{-M}},$$

$$\bar{t}_E = \frac{1}{Z} + \frac{t_m - t_m e^{-Z(t_m - t_m)}}{1 - e^{-Z(t_m - t_m)}},$$

$$H_E = R_E e^{-M(t_m - t_R)} [1 - e^{-Z(t_m - t_m)}],$$

$$R_E = R(t_R, N_E) e$$

$$E^* = \frac{F}{Z} [e^{Z(t_m - t_m)} - 1] (1 - e^{-M}) e^{M(t_r - t_m)}.$$

Por Liapunov:

$$N_{T+1} = \left[R(t_R, N_E) - \frac{dR_N}{dN_T} N_E \right] e^{-\mu} + \left[\frac{dR_N}{dN_T} e^{-\mu} + e^{-M} \right] N_T,$$

$$\Omega = \frac{dR_N}{dN_T} e^{-\mu} + e^{-M},$$

$$f_{CP} = \frac{1}{q(t_m - t_m)} \ln \left[\frac{dR_N}{dN_T} \frac{1}{(1 - e^{-M})} \right] e$$

$$\lim_{t_m \rightarrow t_m} f_{CP} = \infty \text{ (proteção reprodutiva da população)}.$$

Supondo: $R_N = R^* N_R e^{-hN_R}$, resulta:

$$N_E = \frac{1}{h} \ln \left(\frac{R^* e^{-\mu}}{1 - e^{-M}} \right),$$

$$H_E = \frac{1 - e^{-M}}{h e^{-Z(t_m - t_m)}} \ln \left(\frac{R^* e^{-\mu}}{1 - e^{-M}} \right) [1 - e^{-Z(t_m - t_m)}],$$

$$\Omega = 1 - (1 - e^{-M}) \ln \left(\frac{R^* e^{-\mu}}{1 - e^{-M}} \right) e$$

$$f_{CP} = \frac{1}{q(t_m - t_m)} \ln \left(\frac{R^*}{1 - e^{-M}} \right).$$

2) Para $t_m = t_f$, tem-se:

Equação da Dinâmica:

$$N_{T+1} = R_N(t_R, N_{T+1-t_R})e^{-\mu} + N_T e^{-Z}.$$

$$\text{Equilíbrio: } N_E = \frac{R_E e^{-\mu}}{1 - e^{-Z}}, \bar{t}_E \cong \frac{1}{Z} + t_m,$$

$$H_E = R_E e^{-M(t_m - t_R)} e$$

$$E^* = \frac{F}{Z} e^{Z(t_r - t_m)} (1 - e^{-Z}).$$

Por Liapunov:

$$N_{T+1} = \left[R(t_R, N_E) - \frac{dR_N}{dN_T} N_E \right] e^{-\mu} + \left[\frac{dR_N}{dN_T} e^{-\mu} + e^{-Z} \right] N_T,$$

$$\Omega = \frac{dR_N}{dN_T} e^{-\mu} + e^{-Z},$$

$$\frac{dR_N}{dN_T} e^{-M(t_r - t_R) - q f_{CP}(t_r - t_m)} + e^{-(M + q f_{CP})} = 1 \text{ e}$$

$\lim_{t_m \rightarrow t_r} f_{CP}(t_m) = \infty$ (proteção reprodutiva da população).

Supondo: $R_N = R^* N_R e^{-h N_R}$, resulta:

$$N_E = \frac{1}{h} \ln \left(\frac{R^* e^{-\mu}}{1 - e^{-Z}} \right),$$

$$H_E = \frac{1 - e^{-Z}}{h e^{-Z(t_r - t_m)}} \ln \left(\frac{R^* e^{-\mu}}{1 - e^{-Z}} \right).$$

$$\Omega = 1 - (1 - e^{-Z}) \ln \left(\frac{R^* e^{-\mu}}{1 - e^{-Z}} \right) e$$

$$R^* e^{-M(t_r - t_R) - q f_{CP}(t_r - t_m)} + e^{-(M + q f_{CP})} = 1.$$

Se: $t_m = t_r$ para: $f \rightarrow \infty$, resulta:

$$Y_{LS} \cong \frac{1}{h} \ln \left[R^* e^{-M(t_r - t_R)} \right] \left(\frac{\theta - 1}{\theta} \right)^\theta W_\infty, \text{ onde:}$$

Y_{LS} = produção limite sustentável.

8.2. AQUICULTURA: REPOVOAMENTOS

Um certo número (N_0) de indivíduos é colocado, anualmente, numa região de pesca, onde a espécie não se reproduz, resultando R constante.

$$\text{Sendo: } Y(f, t_m) = \frac{qf}{M + qf} HW(\bar{t}),$$

$$H = R e^{-M(t_m - t_R)} \text{ e } \bar{t} \cong \frac{1}{Z} + t_m, \text{ resulta:}$$

$$Y(f, t_m) = W_\infty R e^{-M(t_m - t_R)} \frac{qf}{M + qf} \left[1 - e^{-K(M + qf + t_m + t_0)} \right]^\theta$$

e pontos de máximo:

$$\frac{dY(f, t_m)}{df} = 0 \rightarrow 1 + \frac{\theta K q f}{M(M + qf)} = e^{K(M + qf + t_m + t_0)},$$

$$\frac{dY(f, t_m)}{dt_m} = 0 \rightarrow t_m = \frac{1}{K} \ln \left(1 + \frac{\theta K}{M} \right) - \frac{1}{M + qf} - t_0.$$

9. CONCLUSÕES

9.1. O MODELO MATEMÁTICO

Este trabalho desenvolve o conceito “Campo de Captura” (2.) e a partir dele (Simbologia no Texto):

1) as Funções Incrementais do Campo (2.):

Ilimitado: $@(\tau) = @_u \tau^\xi$, sendo:

$@_u = @(1)$ e $\xi = 1, 2$ ou 3 ;

Limitado: $@(\tau) = @_\infty \left(1 - e^{-@^* \tau^\xi} \right)$, sendo:

$$@^* = \frac{@_u}{@_\infty};$$

Fixo ($\xi=0$): $@(\tau) = @_u$ ($@$ independente de τ);

para a determinação das Funções de Rendimento da Captura (2.1.):

em número de indivíduos:

$$C(\tau) = C_\infty \left(1 - e^{-\eta^* \tau^\xi} \right) e^{-\rho \tau^\xi} \text{ e } \eta^* = \frac{C_\# D @_u}{C_\infty},$$

em peso: $Y(\tau) = w C(\tau) e$

Econômico: $\lambda_s(\tau) = C_s C(\tau) - \tau_s \tau^\xi$, para a otimização da duração (τ) do lance de captura (2.3.):

$$\frac{dC(\tau)}{d\tau} = 0 \quad (\rho \neq 0) \rightarrow \tau_{MC} = \left[\frac{1}{\eta^*} \ln \left(\frac{\rho + \eta^*}{\rho} \right) \right]^{\frac{1}{\xi}},$$

$$\frac{d\lambda_s(\tau)}{d\tau} = 0 \rightarrow (\rho + \eta^*) e^{-\eta^* \tau_{MS}^{\xi}} = \rho + \frac{\tau_s}{C_s C_{\infty}} e^{\rho \tau_{MS}^{\xi}},$$

$$(\rho = 0 \rightarrow \eta_u > \frac{\tau_s}{C_s}).$$

$$\tau^* = \frac{1}{1 + (\tau - \tau_M)^2} \quad (0 < \tau^* \leq 1) \quad (\tau_M = \tau_{MC} \text{ ou } \tau_M = \tau_{MS});$$

para definir os Índices de Rendimento da Captura (C_{τ}^*), de Densidade ($\tilde{D}$):

$$C_{\tau}^* = \frac{C(\tau)}{\tau^{\xi}} = \tilde{D} = C_{\#}^* D @_u \propto D \text{ para:}$$

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} C_{\tau}^* = C_{\#}^* D @_u \quad (2.2.1.) \text{ e de Eficiência da}$$

$$\text{Captura: } \epsilon_{ci}^* = \frac{W_i C_{\#i}^* @_{ui}}{W C_{\#}^* @_u} \quad (2.2.2.),$$

2) a Relação de Intensidade de Pesca (3.2.):

$$\lim_{\Delta T \rightarrow 0} C_p^*(\Delta T) = \frac{Q(\Delta T)}{\nabla} = \frac{C_{\#}^* @_u n_c}{\nabla} = \frac{Q_u f(\Delta T)}{\nabla} = q f(\Delta T) = F \Delta T,$$

$$\text{com: } q = \frac{Q_u}{\nabla}, \quad Q_u D = q N, \quad \tilde{D} = Q_u D \propto D,$$

$$D = \tilde{N} = \frac{q}{Q_u} N \propto N, \text{ e } f_{LT}(\Delta T, n_a) = \text{esforço}$$

limite temporal, que define: Intensidade (Q) de Pesca, Esforço (f) de Pesca, Coeficiente (q) de Capturabilidade e os Índices de Densidade ($\tilde{D}$) e Abundância ($\tilde{N}$).

3) os Índices de Eficiência (4.2.):

$$\text{do Esforço: } \epsilon_{fi}^* = \frac{Y_{fi}^*}{Y_f^*}, \text{ com: } Y_f^* = \frac{Y_f}{f};$$

$$\text{Econômico: } \epsilon_{si}^* = \frac{Y_{si}^* Y_{fi}^*}{Y_s^* Y_f^*}, \text{ com: } Y_s^* = \frac{Y_s}{f_s};$$

$$\text{Temporal: } \epsilon_{ti}^* = \frac{f_i^*}{f^*}, \text{ com: } f^* = \frac{f}{f_{LT}};$$

da Pesca: $\epsilon_P^* = \epsilon_f^* \epsilon_T^*$ ou $\epsilon_{PS}^* = \epsilon_s^* \epsilon_T^*$ (econômico).

4) as Funções de Rendimento (5.1.) para Populações Coôrticas Naturais (8.1.):

$$Y_s(f) = \frac{qf}{M + qf} H_E W(\bar{t}_E) e^{\lambda_s(f)} = Y_s Y_s(f, t_m) - f_s f,$$

$$\text{onde: } f = \sum_{i=1}^{n_i} \epsilon_{fi}^* f_i \leq f_{LT}(n_a),$$

$$W(t) = W_{\infty} \left[1 - e^{-K(t+t_0)} \right]^{\theta} \quad (7.),$$

$$\bar{t}_E = \frac{1}{Z} + \frac{t_m - t_M e^{-Z(t_M - t_m)}}{1 - e^{-Z(t_M - t_m)}} e^{\lim_{t_M \rightarrow \infty} \bar{t}_E} \cong \frac{1}{Z} + t_m \quad (6.4.),$$

para Populações, com: $R_N = R^* N_R e^{-hN_R}$ (6.6.):

$$\text{Monocoôrtica: } \bar{t}_E = \frac{1}{Z} + \frac{t_m - t_M e^{-Z(t_M - t_m)}}{1 - e^{-Z(t_M - t_m)}},$$

$$H_E = \frac{\ln(R^* e^{-\mu})}{h e^{-M(1-t_m) - q f(t_M - t_m)}} \left[1 - e^{-Z(t_M - t_m)} \right]$$

$$\text{Mesocoôrticas: } \bar{t}_E \cong \frac{1}{Z} + t_m, \quad H_E = \frac{\ln(R^* e^{-\mu})}{h e^{-Z(1-t_m)}} e$$

$$\text{Policoôrticas: } \bar{t}_E \cong \frac{1}{Z} + t_m,$$

$$t_M = t_{\ell} = \infty: H_E = \frac{1 - e^{-Z}}{h e^{-Z(t_r - t_m)}} \ln \left(\frac{R^* e^{-\mu}}{1 - e^{-Z}} \right),$$

$$t_M \leq t_r: H_E = \frac{1 - e^{-M}}{h e^{-Z(t_r - t_m)}} \ln \left(\frac{R^* e^{-\mu}}{1 - e^{-M}} \right) \left[1 - e^{-Z(t_r - t_m)} \right],$$

5) a Função de Rendimento em Repovoamentos (8.2.):

$$Y(f, t_m) = W_{\infty} R e^{-M(t_m - t_0)} \frac{q f}{M + q f} \left[1 - e^{-K \left(\frac{1}{M} q f + t_m + t_0 \right)} \right]^{\theta}$$

e pontos de máximo:

$$\frac{dY(f, t_m)}{df} = 0 \rightarrow 1 + \frac{\theta K q f}{M(M + q f)} = e^{K \left(\frac{1}{M} q f + t_m + t_0 \right)}$$

$$\frac{dY(f, t_m)}{dt_m} = 0 \rightarrow t_m = \frac{1}{K} \ln \left(1 + \frac{\theta K}{M} \right) - \frac{1}{M + q f} - t_0.$$

9.2. GERENCIAMENTO PESQUEIRO

A otimização da pesca é feita através: dos Índices de Eficiência da Pesca (4.2.) e dos Esforços de Pesca (8.)(FIGURA):

$f_{MS} < f_{MY}$ e $f_{CS} < f_{CY} = f_{CP}$ (proteção econômica da população),

$\lim_{t_m \rightarrow t_r} f_{CP}(t_m) = \infty$ (proteção reprodutiva da população),

se $f_{CP} > f_{LT}$ (3.1.) (proteção limite temporal da população), de acordo com (5.2.) e (6.5.).

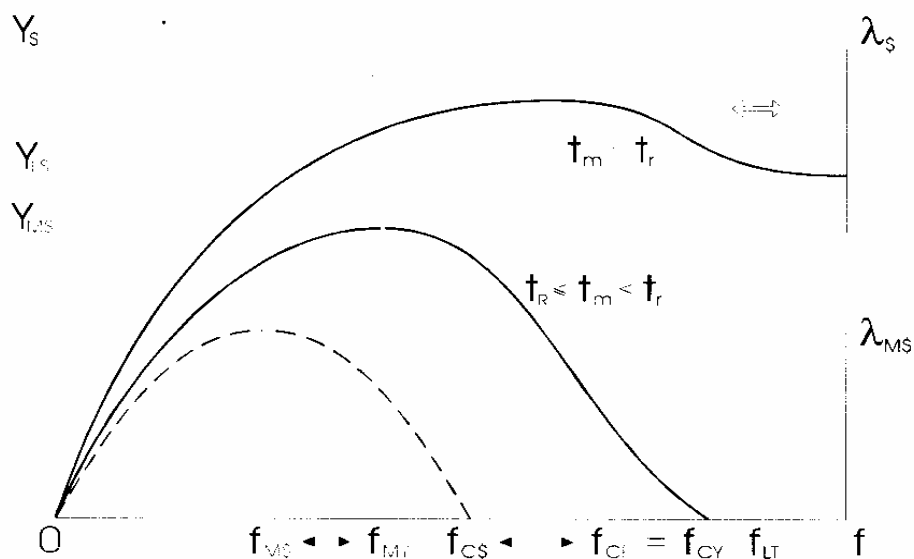


FIGURA Curvas de Rendimento Sustentável: em produção (Y_S) e econômica (λ_S), com os esforços: maximizantes (f_M) e críticos (f_C), em função do esforço limite temporal (f_{LT}) e das idades: mínima de captura (t_m), de primeira reprodução (t_r) e de recrutamento (t_R), sendo: f_{CP} = esforço crítico populacional (6.5.), Y_{LS} = produção limite sustentável (8.1.), Y_{MS} = produção máxima sustentável e λ_{MS} = lucro máximo sustentável (5.2.)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BERTALANFFY, L. von 1938 A quantitative theory of organic growth. *Human Biology*, 10(2): 181-213.
- 1957 Quantitative laws in metabolism and growth. *The Quarterly Review of Biology* 32(3): 217-231.
- BEVERTON, R. J. H. & HOLT, S. J. 1957 On the dynamics of exploited fish populations. *U. K. Min. Agr. Fish. Fish Invest. Ser.* 2(19), 533 p.
- FOX Jr., W. W. 1970 An exponential surplus yield model for optimizing exploited fish populations. *Trans. Amer. Fish. Soc.*, 99(1): 80-88.
- FRIDMAN, A.L. 1973 *Theory and design of commercial fishing gear*. National Marine Fisheries Service. 488p.
- GOLDBERG, S. 1967 *Introduction to difference equations*. John Wiley & Sons. 260 p.
- GULLAND, J. A. 1969 *Manual of methods for fish stock assessment*. Part 1. Fish population analysis. FAO Manuals in Fisheries Science 4, 154 p.
- HUXLEY, J. S. 1972 *Problems of relative growth*. Dover Publications N.Y. 312 p.

SANTOS, E.P. dos 1996 Teoria da capturabilidade pesqueira *B. Inst. Pesca*, São Paulo, 23 (único): 79-93.

LA SALLE, J. P. 1977 *Stability theory for difference equations*. J. Halle - Math. Assoc. Amer.

RICKER, W. E. 1958 Handbook of computations for biological statistics of fish populations. *J. Fish. Res. Bd. Canada*, 119, 300p.

SANTOS, E. P. dos 1978 *Dinâmica de populações aplicada à pesca e piscicultura*. HUCITEC-EDUSP, 129 p.

_____ 1992 Um modelo matemático em dinâmica de populações I. *B. Inst. Pesca*, São Paulo, 19 (único): 97-102.

SANTOS, E. P. dos 1994 Alometria referencial. *B. Inst. Pesca*, São Paulo, 21(único): 19-21.

_____ 1995 Um modelo matemático em dinâmica de populações II. *B. Inst. Pesca*, São Paulo, 22 (1): 153-158.

SCHAEFER, M. B. 1954 Some aspects of the dynamics of populations important to the management to the commercial marine fisheries. *Inter. Amer. Trop. Tuna Comm. Bull* 1(2): 27-56.